

# Pálmay Lóránt Matematikai Tehetségkutató Verseny 2017-18

## Javítási útmutató

**1. feladat** Egy dobozban 4 piros, 5 fehér és 6 zöld egyforma méretű golyó van. A dobozból becsukott szemmel véletlenszerűen húzunk ki golyókat. Legkevesebb hány golyót kell kihúznunk, hogy a kihúzott golyók között biztosan legyen

- a) zöld színű golyó? (2 pont)
- b) két azonos színű golyó? (2 pont)
- c) két különböző színű golyó? (2 pont)
- d) fehér és zöld színű golyó? (2 pont)

### Megoldás:

- a) 10, mivel legrosszabb esetben kihúzzuk először a 4 pirosat és 5 fehéret, és csak ezután a zöldet. *1+1 pont*
- b) 4, mivel legrosszabb esetben először mind a három színből csak 1-1 golyót húzunk, ezek után már bármilyen színű golyót húzva az valamelyik korábbival egyezni fog. *1+1 pont*
- c) 7, mivel legrosszabb esetben először csupa zöldet húzunk (6 darabot), viszont ezek után bármilyen golyót húzva az a zöldről eltérő színű lesz. *1+1 pont*
- d) 11, mivel legrosszabb esetben a 6 zöld mellé 4 pirosat húzunk, és csak a 11. golyó lesz a fehér. *1+1 pont*

**Összesen: 8 pont**

**2. feladat** Egy családban a két gyerek (Éva és Pista) életkorának összege 27 év. A két szülő és a két gyerek együtt 100 éves.

- a) Hány éves az apa, ha 3 évvel idősebb az anyánál? (3 pont)
- b) Hány éves Éva, ha 6 évvel ezelőtt kétszer annyi idős volt, mint Pista? (5 pont)

### Megoldás:

- a) Az apa és anya életkora együtt 73 év. *1 pont*  
Az anya életkorának kétszerese 70 év. (73-3) *1 pont*  
Tehát az apa  $70:2 + 3 = 38$  éves. *1 pont*
- b) Hat évvel ezelőtt Pista és Éva együtt  $27-2\cdot 6 = 15$  évesek voltak. *2 pont*  
Mivel Éva kétszer annyi idős volt, mint Pista, ezért a 15-öt 2:1 arányban osztva kapjuk meg a gyerekek életkorát. *1 pont*  
Éva 10, Pista pedig 5 éves volt. *1 pont*  
Most tehát 16 éves Éva. *1 pont*

**Összesen: 8 pont**

## Pálmay Lóránt Matematikai Tehetségkutató Verseny 2017-18

**3. feladat** Hét dobozba szeretnénk 2018 darab üveggolyót elhelyezni. Az első dobozba kerüljön valamennyi, a másodikba eggyel több, mint az elsőbe, a harmadikba eggyel több, mint a másodikba, és így tovább, végül a hetedik dobozba eggyel több, mint a hatodikba. Ezzel a módszerrel sikerülhet-e az összes üveggolyót a dobozokba elhelyezni? (10 pont)

### Megoldás:

Az első dobozban lévő golyók számához képest a második dobozba 1-gyel, a harmadik dobozba 2-vel, a negyedik dobozba 3-mal, az ötödik dobozba 4-gyel, a hatodik dobozba 5-tel, a hetedik dobozba 6-tal több golyót kell betennünk. *2 pont*

Tegyük bele a többletgolyókat a megfelelő dobozokba! *1 pont*

A többletgolyók száma összesen:  $1+2+3+4+5+6=21$ . *1 pont*

Marad  $2018-21=1997$  db elhelyezendő golyónk, *1 pont*

amelyeket hét egyenlő részre osztva kell behelyezni a dobozokba. *2 pont*

Ezt nem tudjuk megoldani, mert  $1997=285\cdot 7+2$ , *1 pont*

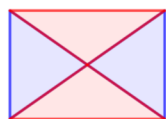
tehát 1997 nem osztható 7-tel. *1 pont*

Ezért nem helyezhető el a 2018 db golyó a megadott feltételekkel a dobozokba. *1 pont*

**Összesen: 10 pont**

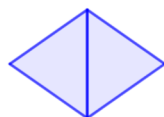
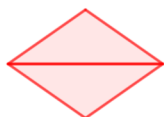
**4. feladat** Egy téglalap egyik oldala 100 cm, másik oldala 70 cm hosszúságú. A téglalapot két átlója mentén felváltuk négy háromszögre. Mari két háromszöget a 100 cm-es oldala mentén összeillesztett, így egy négyszöget kapott. Nóri a másik két háromszöget a 70 cm-es oldalukkal rakta egymáshoz. Melyik négyszögnek nagyobb a kerülete: Nóriénak vagy Mariénak? (10 pont)

### Megoldás:



Az ábrán a feldarabolt téglalapot látjuk. *2 pont*

A második ábrán Mari négyszöge piros, Nórié kék színű. *2+2 pont*



Mindkét lány négyszögét a félbevágott átlók határolják, *2 pont*

így a két négyszög kerülete egyenlő egymással. *2 pont*

**Összesen: 10 pont**

## Pálmay Lóránt Matematikai Tehetségkutató Verseny 2017-18

**5. feladat:** Egy fán ül egy csapat kismadár. Hirtelen elröppen a madarak fele, majd még 3 madár. Így a madarak kétharmad részénél 11 madárral kevesebb marad a fán. Hány madárka ült eredetileg a fán? (12 pont)

### I. megoldás:

Ha a madarak kétharmadánál 11-gyel kevesebb maradt, akkor az egyharmadánál 11-gyel több röpült el. 3 pont

Így az egyharmad rész plusz 11 ugyanannyi, mint a fele rész plusz 3 madár. 2 pont

Tehát a fele rész 8-cal több, mint a harmadrész, 3 pont

azaz a madarak hatodrésze 8 madár. 2 pont

Így összesen ( $6 \cdot 8 =$ ) 48 madár ült eredetileg a fán. 2 pont

**Összesen: 12 pont**

### II. megoldás:

Jelölje  $x$  a fán ülő madarak számát, írjunk fel egy egyenletet a szöveg alapján:

$$x - \left(\frac{x}{2} + 3\right) = \frac{2}{3}x - 11 \quad 5 \text{ pont}$$

Rendezzük az egyenletet:

$$\frac{x}{2} - 3 = \frac{2}{3}x - 11 \quad 2 \text{ pont}$$

$$\frac{x}{2} - 3 = \frac{2}{3}x - 11 \quad 2 \text{ pont}$$

$$\frac{x}{2} + 8 = \frac{2}{3}x \quad 1 \text{ pont}$$

$$8 = \frac{1}{6}x \quad 1 \text{ pont}$$

$$x = 48 \text{ madárka ült a fán.} \quad 1 \text{ pont}$$

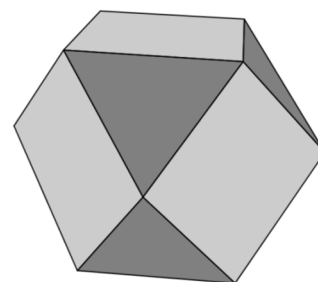
Ellenőrzés a szövegbe helyettesítve: Elröpült  $24 + 3 = 27$  madár, a fán maradt 21. Az eredetileg a fán ülő madarak kétharmad része 32, a 21 ennél 11-gyel kevesebb. 2 pont

**Összesen: 12 pont**

## Pálmay Lóránt Matematikai Tehetségkutató Verseny 2017-18

**6. feladat:** Az ábrán egy olyan test fényképe látható, aminek 12 csúcsa van, és minden csúcsában két háromszög és két négyzet találkozik.

- a) Hány éle van ennek a testnek? (5 pont)  
b) Hány lapja van ennek a testnek? (7 pont)



### I. megoldás:

a) Minden csúcsba 4 él fut,

1 pont

ez összesen  $12 \cdot 4 = 48$  él,

2 pont

de így minden élet kétszer számoltunk, tehát 24 éle van a testnek.

2 pont

b) Minden csúcsban 2 négyzet és 2 háromszög találkozik,  
(vagy: Minden élhez egy háromszög és egy négyzet csatlakozik)

1 pont

ez összesen  $12 \cdot 2 = 24$  háromszög és 24 négyzet.

(vagy: ez összesen 24 háromszög és 24 négyzet)

2 pont

Így azonban minden háromszöget háromszor és minden négyzetet négyszer számoltunk,  
(vagy: a háromszögeket háromszor, a négyzeteket négyszer számoltuk)

2 pont

tehát 8 háromszög és 6 négyzet határolja a testet, azaz 14 lapja van a testnek.

2 pont

**Összesen: 12 pont**

### II. megoldás:

A fényképen 9 csúcs látszik, tehát 3 csúcs nem látható. Ezek a csúcsok egy háromszöget határolnak.

2 pont

A test nem látható részét az ábra mutatja.

6 pont

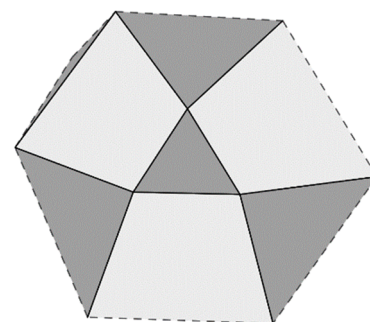
14 él látható, 10 él nem látható, az összesen 24 él.

2 pont

6 lap látható, 8 lap nem látható, az összesen 14 lap.

2 pont

**Összesen: 12 pont**



**Maximális pontszám: 60 pont**

Budapest, 2018. január 5.