Bolyai verseny pontozása
2004. január

1) Ha a két szomszédos zászló közötti utat egységnyinek tekintjük, akkor a 6. zászlóig 5 egységnyi utat tesz meg a futó 10 másodperc alatt. 2 pont
Így egy egységnyi úthoz 2 mp-re van szükség. 2 pont *
Tehát a teljes, 11 egységnyi utat 22 mp. alatt tette meg. 2 pont

Megjegyzés: Ha az egységnyi út kiszámítása nélkül megállapítja, hogy a hátra lévő 6 egységnyi utat 12 mp. alatt teszi meg, akkor is jár a 2 pont (*).

Nem kellő magyarázat esetén leírt jó eredmény legfeljebb 3 pont.

2) A jól elkészített rajzokért (az egybevágó háromszögeket a téglalap egyenlő hosszú oldalainál illesztik össze). 3 pont
A rombuszok kerülete a téglalap két átlójának az összege, azaz 10 –10 cm . 2 pont
A rombuszok egy-egy „fél téglalappá” darabolhatók át. Így területük 6-6 cm^2. 2 pont

Megjegyzés : A terület képlettel is számítható.

3) Ahhoz, hogy meglegyen a győztes, 9 játékosnak kell kiesnie. 2 pont
Bármely játékos akkor esett ki, ha két játszmát elveszített. Így legalább 9* 2 = 18 mérkőzésre került sor. 3 pont
Ha a győztes egyszer sem kapott ki, akkor elég a 18 mérkőzés.
A győztes legfeljebb egyszer kaphatott ki, így legfeljebb 19 mérkőzés lehetett. 3 pont

4) Mivel az egész számok összege 1, ezért kell közöttük szerepelnie negatív számnak is. 2 pont
A szorzat pozitív, ezért két negatív és egy pozitív számot keresünk. 2 pont
A 24-et három egész szám szorzataként kell előállítani. Lehetséges felbontások a pozitív egészek körében: 1*1*24; 1*2*12; 1*3*8; 1*4*6; 2*2*6; 2*3*4. 2 pont
Ezek közül csak az egyikből állítható elő a feltételeknek eleget tevő számhármas:-1, -4, 6 . 3 pont

5) A sorozat 9. és 11. tagja ismert. Ebből a feladat feltétele szerint a 10. tag kiszámítható.

$$2*a_{10}*\frac{1}{2} = a_{10}^2$$ 2 pont

$a_{10} = 0$ nem lehet, mert akkor pl. a 9. tagnak is nullának kellene lennie. Így $a_{10} = 1$. 2 pont

Visszafelé számolással $a_8 = 2$, $a_7 = 1$, $a_6 = \frac{1}{2}$, $a_5 = \frac{1}{2}$, $a_4 = 1$, $a_3 = 2$, $a_2 = 2$, $a_1 = 1$. 3 pont

Láthatjuk, hogy az 1, 2, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ számhatos ismétlődik. 1 pont

Minthogy 1000 = 166*6 + 4, így az első 1000 tag összege

$166*(1 + 2 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}) + (1 + 2 + 2 + 1) = 1162 + 6 = 1168.$ 2 pont

6) A kocka egyetlen lapja sincs kitűntetve és forgatással elérhető, hogy az első színnel kifestett lap pl. az alsó legyen. 2 pont

A vele szemben lévő lapot a maradék ötféle színnel festhetjük ki. 2 pont

A négy fennmaradó színnel 4*3*2*1 = 24-féleképpen festhetjük a még festetlen négy lapot. 2 pont

Az első két kifestett lapra merőleges tengely körül 4 helyzetbe forgathatjuk a kockát. Ezek a feltétel szerint nem jelentenek különböző kifestést. Ezért az előbbi értéket 4-gyel osztjuk:

Így az utóbbi négy lap kifestése csak $\frac{24}{4}$ = 6 különböző kifestést jelent. 2 pont

A kocka kifestése tehát 5*6 = 30-féleképpen lehetséges. 2 pont

Megjegyzés Ha a tanuló csak a 6*5*4*3*2*1 = 720 eredményt adja meg, akkor legfeljebb 2 pontot kaphat. Ha csak részben veszi figyelembe az elforgatási lehetőségeket , akkor 4 pontot kaphat.

Természetesen a feladatok többféleképpen is megoldhatók. Jól indokolt, hibátlan megoldás esetén a feladatra adható maximális pontszám jár. Hibás (hiányos) megoldás esetén a pontszámot arányosan csökkentsük. Indokolt esetben a közölt pontszámok tovább bonthatók.