

1.) A *Kíváncsi Légy* karosszériája egy hatszűcsű test. Egy $ABCDEFGH$ téglatestből kell kialakítani, amelynek élei: $AB = 6$, $AD = 8$, $AE = 12$. A test csúcsai közül kettő az $ABCD$ lap AC átlójának a két végpontja, a további négy pedig az $EFGH$ lap egy-egy élének a felezőpontja. Mekkora a *Kíváncsi Légy* térfogata?

(20 pont)

2.) Az *InterMouse* új központjának alaprajza egy téglalap, amelyet biztonsági okokból az oldalaival párhuzamos egyenesekkel 16 kisebb téglalapra osztottak fel. Ezek közül néhánynak a területét kiszagolták a macskák és az ábrán (amely nem arányos) be is írták a megfelelő kis téglalapokba. Az üresen hagyott kis téglalapokba is beírva a területüket mennyi a 16 szám összege?

(20 pont)

3.) A minden hájjal megkent *Schwarz* elkészíti az $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ halmaz azon permutációinak halmazát, amelyek nem 1-essel kezdődnek. "Mennyi a sanszom, hogy *Teufel* olyan permutációt húz majd a ebből pakliból, amelynek 2-es a második eleme?" töpreng *Schwarz*. Pardon ... *von Schwarz* !

(20 pont)

4.) *Grabowski* és *Lusta Dick* együtt készülnek a titkos küldetésre. Egy kör alakú futópályán futnak állandó sebességgel azonos irányban körbe-körbe. Egy adott pillanatban *Lusta Dick* 70 méterrel van *Grabowski* előtt, de miután 170 métert kocogott, *Grabowski* beéri. Hány olyan pontja van a pályának, ahol *Grabowski* a későbbiekben lekörözheti *Lusta Dicket*?

(25 pont)

5.) Nehéz idők járnak a négy gengszterre: ha nem találják ki, melyik az a legnagyobb n egész, amelyre

$$\frac{2\sqrt{n} + \sqrt{7}}{\sqrt{n} - 2\sqrt{7}}$$

értéke egész szám, mehetnek vissza a balettba ugrálni. Mi a válasz?

(25 pont)

6.) *Grabowski* ismét meghasonlott. Azt a rögeszméje, hogy ő *Mickey Mouse* annyiadik reinkarnációja, ahányadik a 18, 41, 64, 87, ... számtani sorozatban az a legkisebb sorszámú tag, amelynek a tízes számrendszerbeli alakja csupa 9-esből áll. Hányadik tagról van szó?

(25 pont)

7.) *Eddington* úgy saccolja, hogy túlélési esélyeit a *Grabowski* érkezését követő balhéban jól közelíti annak a valószínűsége, hogy véletlenszerűen kiválasztva a $\{2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{25}\}$ halmaz két különböző elemét, a -t és b -t, $\log_a b$ egész szám. Mekkora ez a valószínűség?

(25 pont)

8.) *Teufel* laboratóriumában különleges baktériumfajtaival kísérleteztek, amely az egerek sajt készletét – ez *Safranek* újabb ötlete – logaritmikusan egyenletekké alakítja át. A baktérium

egyedei pontosan 24 óránként kettéosztódnak. A kísérlet első napján pontosan reggel 8-kor néhány ilyen baktériumot helyeztek egy kémcsőbe. A következő napokon pedig azokon a reggeleken, amikor a macskakommandó bankrablásra indult, egy-egy újabb ilyen baktériumot adtak a tenyészetbe, mindig reggel 8-kor. A 17-edik nap reggelén 9 órakor pontosan egymillió baktérium volt a tenyészetben. Hány baktériummal indult a kísérlet ?
(30 pont)

9.) Az *Egérbank* széfjére új szuperkódot terveznek. Ehhez olyan f függvényre van szükség, amely az x valós értékeire az alábbi módon van értelmezve:

$$f(x) = \begin{cases} x - 100, & \text{ha } x > 2010 \\ f(f(x + 101)), & \text{ha } x \leq 2010. \end{cases}$$

Poljakoff kódkulcsként $f(0)$ értékét javasolja. Mennyi ez?

(30 pont)

10.) A *Ratracer* 2000 információs szolgálata nem bírta a gyűrődést: a legváltásosabb pillanatban elkezdte egyesével kiírni a pozitív egészeket: 1, 2, 3, ... Melyik szám kiírása közben jelent meg a kijelzőn a 2010-edik 9-es számjegy?

(30 pont)

11.) Tokió felé propellerezve *Grabowski* azon töprengett a palackban, mennyi a

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}(x - \sqrt{x^2 - 3x - 12})\right) = 0$$

egyenlet egész megoldásainak a négyzetösszege. Mennyi?

(30 pont)

12.) *Teufel* szívja a protézisét, ugyanis *Ali ben Kuka* egy olyan pozitív tagú $\{a_n\}$ sorozat alapján kéri a honoráriumát, amelyre minden pozitív egész k -ra teljesül, hogy

$$a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_k^3 = 2(a_1 + a_2 + \dots + a_k)^2 - (a_1 + a_2 + \dots + a_k).$$

Mennyi $\sqrt{a_1 + a_2 + \dots + a_{999}}$?

(30 pont)

13.) *Safranek* új javaslattal áll elő: "Osszuk egy 9 cm oldalú szabályos H háromszög oldalait 1 cm hosszú részekre és az oldalakkal párhuzamos szakaszokkal kössük össze a megfelelő osztópontokat. A megrajzolt szakaszok így 1 cm oldalú szabályos háromszögekre vágják szét a H háromszöget. Ha *Grabowski* meg akarja számolni, hogy összesen hány olyan szabályos háromszög keletkezik, amelynek oldalai illeszkednek a megrajzolt szakaszokra – persze a H háromszög oldalait is a megrajzolt szakaszokhoz soroljuk – akkor folyton elszámolja majd és elfeledkezik a titkos küldetéséről! Már *Cincinnati* is így fogott egeret. Mint az közismert..." Segítsetek *Grabowskinak*.

(30 pont)

14.) A dzsungelben tévelyegve *Lusta Dick* egy 33×24 méteres téglalapon kötött ki, amelynek két átellenes csúcsán keresztül ősi maya szokás szerint meghúztak két párhuzamos egyenest, amelyek a téglalap hosszabbik oldalait metszik és a távolságuk 60 cm. Mekkora annak a paralelogrammának a területe, amelyet ez a két egyenes metsz ki a téglalaplóból?

(35 pont)

15.) Az *InterMouse*-nál bizony össze kell húzni a nadrágszíjat. Legfeljebb annyi függvényábrára van keret, amennyi a $11x + 9y$ legkisebb pozitív értéke, ha $x^2 - y^2 = 10$. Mennyi ez az érték?

(35 pont)

16.) A *Gatto*-klán titkos szimbóluma három koncentrikus kör, amelyek sugara rendre 1, 2, és 3 egység, és egy a oldalú szabályos háromszög, amelynek csúcsai rendre illeszkednek az egyes körökre. Mennyi a^3 egész része?

(40 pont)

17.) *Samu*, az egér elcsórta *Safranek* szolgálati polinomját, amely $p(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ alakú. Ő tudja miért, de el akarja készíteni az összes olyan $q(x)$ polinomot, amelyhez van olyan olyan harmadfokú $g(x)$ polinom, hogy $p(q(x)) = p(x) \cdot g(x)$. Hány ilyen polinomot készíthet?

(40 pont)

18.) A *vámpírdenevérek* főnöke 100 konzerv vért oszt ki bevetés előtt. Miután elveszi a saját részét, a megmaradó n konzervet a következők szerint akarja szétosztani a 6 tagú kommandónak:

- Minden kommandós kap legalább egy konzervet.
- A kevesebb konzervet kap mint B , aki kevesebbet kap mint C , aki kevesebbet kap mint D , aki kevesebbet kap mint E , végül az új kedvenc *Ricardo* kapja a legtöbbet.
- A fentieket mind a hat kommandós tudja, ezen kívül ismerik az n értékét, valamint persze azt, hogy ők maguk hány konzervet kapnak. Más nem tudnak. Így azt sem, hogy a *Padron* úgy akarja kiosztani a konzerveket, hogy a fenti információk alapján a kommandó egyetlen tagja se találhassa ki, hány konzervet kapott a másik öt. Legfeljebb hány konzervet tarthat meg így magának?

(45 pont)

19.) *Fusimisi* professzor sárkányrepülőket készített *Grabowskinak*. Vette a H pontból induló, 45° -os szöget bezáró e és f félegyeneseket, majd az e félegyenesen kijelölte az E pontot, melyre $HE = 36$. Az E pontból a H felé az ábra szerint egyenlő szárú, 36° -os szárszögű, alapjukkal egymáshoz csatlakozó háromszögek végtelen sorozatát szerkesztette, ezek alkották a vitorlafelületet. Az alapok kitöltik a HE szakaszt és minden egyes háromszög harmadik csúcsa rajta van az f félegyenesen. Mennyi a vitorlafelület összeterülete?

(45 pont)

20.) Biztonsági okokból *Grabowski* a *Macskafogó* terveit *hétrétű* számokkal is lekódolta. Ezek olyan valós számok, amelyek tízes számrendszerbeli alakja csak a 0 és a 7 számjegyeket tartalmazza. A $700/99 = 7.\overline{07} = 7.070707\dots$ vagy a 0.007 számok például ilyenek. Hogy ne tudják belőle kiszedni vallatáskor, egérfeletti memóriájában bízva csak a kódszámok összegét jegyezte meg, ami éppen 1 volt. Meg még azt, hogy a tagok száma a lehető legkevesebb, amikor az összeg 1. Hány *hétrétű* számból állt a kód?

(45 pont)

21.) A *Macskafogó* központi egysége egy 13×13 -as táblázatban kódolja egy-egy macska brutális lelkiállapotát, mégpedig úgy, hogy a 13 sorban és a 13 oszlopban álló számok összege ugyanannyi. Ahhoz, hogy az ádáz fenevadat békés gyöktelenítésre sikerüljön átprogramozni, bizonyos mezők tartalmát úgy kell megváltoztatni, hogy a fenti 26 összeg között már ne legyenek egyenlők. Legalább hány változtatásra van szükség?

(50 pont)