Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
6. osztály
I. forduló
MEGOLDÁSOK

1. feladat: Van két homokóránk. Az egyikkel 8 percnyi időt, a másikkal 5 percet lehet kimérni - de a homokóra pergése közben egyéb támpontunk nincsen arról, hogy az idő hanyadrésze telt el. Hogyan tudnál pontosan 6 percet kimérni a két homokóra segítségével? *(8 pont)*

1. megoldás Egyszerre megfordítjuk a két homokórát, amelyikben gyorsabban lepereg a homok, azt újra megfordítjuk, majd a másikat is, amint az is lejár. *(4 pont)*

Miután az 5 perces homokóránkban másodszor is lepergett a homok, onnantól kezdve a másik homokóra lejártáig éppen hat perc fog eltelni, mert $2 \cdot 8 - 2 \cdot 5 = 16 - 10 = 6$. *(4 pont)*

2. megoldás: Egyszerre megfordítjuk mindkét homokórát. Amikor az egyik lejár, azt rögtön újra megfordítjuk. Amikor a másik lejár, az elsőt visszafordítjuk. A rövidebb idő alatt lejáró homoróra második és harmadik fordítássa között eltelt idő a 6 perc. *(4 pont)*

Ez a megoldás azért jó, mert az öt perc alatt lepergő homokóra a második fordítás után éppen 3 percet mér ki addig, amíg a másik is lejár. Ezért ha visszafordítjuk, kimér még 3 percet, így összesen kimértünk 6 percet. *(4 pont)*

2. feladat: Egy öregecske száz lábú százlábú néhány jobb és néhány bal lába megfájdult. A százlábúnak természetesen ugyanannyi jobb és ugyanannyi bal lába van. Így panaszkodik:

– Ha még annyi bal lábam megfájdulna, mint amennyi jobb lábam most nem fáj, akkor összesen 35 pár lábam fájna (egy pár láb alatt egy jobb és egy vele szemben levő bal lábat értünk).

Hány jobb és hány bal lába fájt eredetileg a százlábúnak? *(8 pont)*

2. feladat megoldás: Ha a százlábúnak még annyi lába megfájdulna, mint amennyi jobb lába nem fáj, azzal a fájó jobb lábainak száma nem változna. Mivel így 35 pár lába fájna, 35 jobb és 35 bal, ezért eredetileg is 35 jobb lába fájt. *(3 pont)*

Mivel 50 jobb és 50 bal lába van a százlábúnak, ezért $50 - 35 = 15$ jobb lába nem fájt. *(2 pont)*

Eredetileg a 35-nél 15-tel kevesebb bal lába fájt a százlábúnak, vagyis $35 - 15 = 20$ db. *(2 pont)*

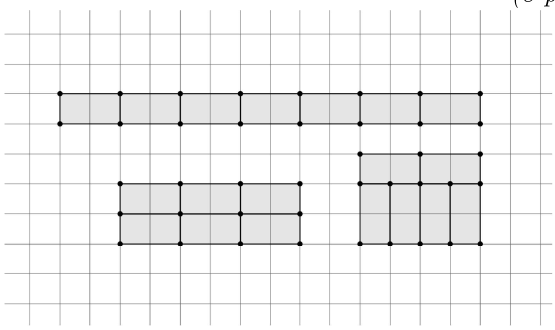
Vagyis eredetileg 20 bal és 35 jobb lába fájt a százlábúnak. *(1 pont)*

3. feladat: Hat darab 1 x 2-es téglalapból egy nagyobb téglalapot készítünk úgy, hogy a téglalapok az oldalaikkal egymáshoz hézagmentesen illeszkednek. Mekkora lehet egy ilyen téglalap kerülete? *(8 pont)*

3. feladat megoldás: Az elkészített téglalap területe 12 területegység lesz. *(2 pont)*

Ennek a téglalapnak az oldalai lehetnek 1–12, 2–6, 3–4. Mindegyikre mutatni kell egy lehetséges példát. *(3 pont)*

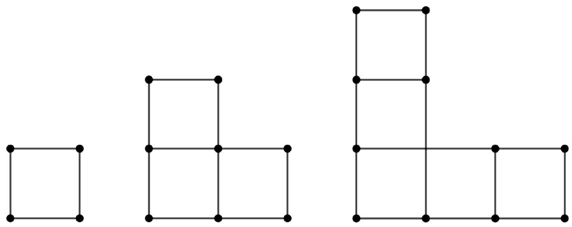
Tehát a kerület lehet: 26, 16 és 14. *(3 pont)*



4. feladat: Hányféle tengelyesen szimmetrikus alakzatot tudsz kirakni a következő elemekből úgy, hogy minden elem csatlakozik legalább egy másikhoz egy négyzet teljes oldala mentén? Minden elemet pontosan egyszer fel kell használnod. Két kirakott alakzat akkor különböző, ha az általuk fedett terület nem hozható fedésbe.

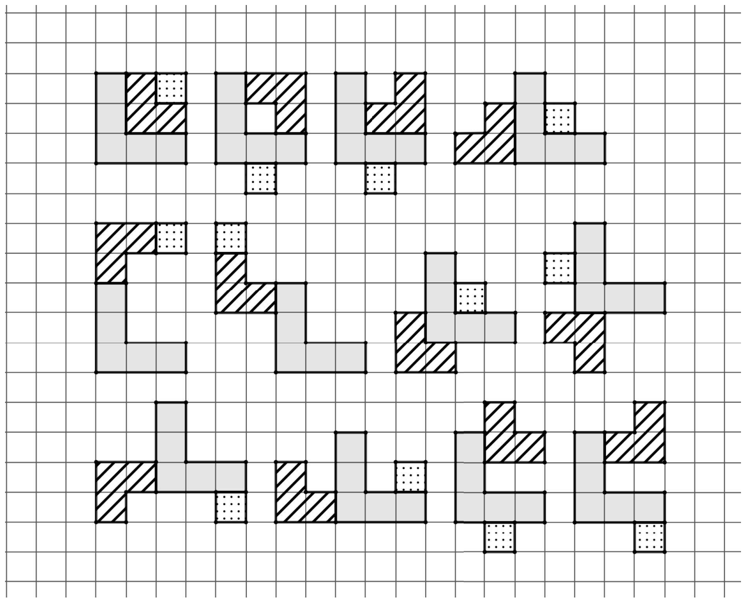
A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Jakucs Erika, Kocsis Szilveszter, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza

Itt nem kell megindokolnod, hogy nincs más jó megoldás, csak meg kell találnod az összes lefedhető alakzatot.



(8 pont)

4. feladat megoldás: Az összes tengelyesen szimmetrikus alakzat lefedésére alább található egy-egy példa.



Természetesen más, ugyanazt az alakzatot lefedő kirakások is ugyanúgy pontot érnek.

Az első jó példa 2 pontot, minden további, megtalált jó példa további 1 pontot ér. *(6 pont)*

Összesen tizenkét alakzat fedhető le a megadott elemekkel, de már öt jó, különböző alakzat lefedéséért járt ennek az itemnek a két pontja.

(2 pont)

Ha a versenyző több példával is lerajzolja ugyanannak az alakzatnak a lefedését, és ezeket egyértelműen több különböző esetnek veszi, akkor az utolsó két pontot ne kapja meg.

5. feladat: A következő összeadásban a különböző betűk különböző, az azonosak pedig azonos számjegyeket jelölnek: ÖT + HAT + HÉT + TE = 2023.

Mennyi TÖHÖTÖM értéke, ha HÖT<HAT<HÉT és ME = 30 ?

(Az egymás mellé írt betűk egy-egy tízes számrendszerbeli számot jelölnek. Az ékezetes betűk különbözőnek számítanak.) *(8 pont)*

5. feladat megoldás: Mivel $ME = 30$, ezért $E = 0$ és $M = 3$. Az utolsó számjegyeket vizsgálva $3 \cdot T$ értéke 3-ra végződik, és mivel a 3-nak a 27-nél kisebb többszörösei között nincsen 3-ra végződő, ezért $T = 1$. *(2 pont)**

Írásbeli összeadásként felírva az Ö+A+É+T összeadásból a tízes átvitel után $2 \cdot H$ és az átvitt tízesek számának összege 20. Mivel $2 \cdot H$ értéke legfeljebb 18, valamint $T = 1$, ezért Ö+A+E+1 legalább 20. Azt is látjuk, hogy ez az összeg 2-esre kell, hogy végződjön, ezért Ö+A+É+1 legalább 22.

(1 pont)

Ha Ö, A és É betűk helyére a lehető legnagyobb három különböző számjegyet írjuk, akkor ez az összeg pontosan $9 + 8 + 7 + 1 = 24$ ezért az összeg nem lehet 32, vagy annál több, tehát az összeg pontosan 22.

(1 pont)

Ebből viszont tudjuk, hogy H értéke 9.

(1 pont)

Az Ö, A és É betűk helyére a még fel nem használt számjegyek közül a három legnagyobbat $- 8, 7, 6$ – behelyettesítve az Ö + A + É +1 összegbe, 22-t kapunk, tehát más jó megoldás nincs, ez viszont jó.

*(2 pont)***

Tudjuk, hogy az Ö, A és É betűk közül Ö a legkisebb, ezért értéke 6, TÖHÖTÖM értéke pedig: 1 696 163.

(1 pont)

* *Ha a versenyző további indoklás nélkül $T = 1$ megállapítást tesz, 1 pontot kapjon.*

** *Ha a versenyző indoklás nélkül közli, hogy az Ö, A és É betűk valamilyen sorrendben 8,7,6 értéket vehetnek fel, akkor 1 pontot kapjon.*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Jakucs Erika, Kocsis Szilveszter, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza