Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
5. oszály
I. forduló
MEGOLDÁSOK

1. feladat: Egy csapat fiú a húsvéti locsolásból hazatérve egymás között cserélgetni kezdte megszerzett csokifiguráit. 1 csokicsibét és 2 csokinyuszit 1 nagy csokitojásra lehetett cserélni. 2 nagy csokitojásért és még egy csokinyusziért cserébe 17 csibe járt. Egy csokinyusziért cserébe hány csibét kaphatunk?
(5 pont)

1. feladat megoldás: 2 tojásért cserébe kapunk 2 csibét és 4 nyuszit. *(1 pont)*
2 tojást és 1 nyuszit beválthatunk 2 csibére és 5 nyuszira. *(1 pont)*
Mivel ez utóbbi 17 csibét ér, ezért az 5 nyuszi pontosan 15 csibét ér. *(2 pont)*
1 nyusziért cserébe 3 csibét lehet kapni. *(1 pont)*

2. feladat: Zsanett matricákat gyűjt. Hétfőn matricáinak a felét elcserélte öt nagyon különleges matricára. Kedden az összes meglévő matricájának a $\frac{3}{4}$ részét elcserélte négy még különlegesebb és értékesebb matricára. Szerdán azonban az egyik különlegesen értékes matricáját elcserélte 8 másik, kevésbé szép matricára, így összesen 16 matricája lett. Hány darab matricája volt Zsanettnek hétfőn, a cserék előtt?
(6 pont)

2. feladat megoldás: Gondolkodjunk visszafele! *(1 pont)*
A szerdai csere előtt $16 - 8 + 1 = 9$ db matricája volt. *(1 pont)*
A keddi csere előtt a $9 - 4 = 5$ db volt az összesnek a $\frac{1}{4}$-e. *(1 pont)*
Tehát kedden a csere előtt $5 \cdot 4 = 20$ matricája volt. *(1 pont)*
A $20 - 5 = 15$ matrica a készlet fele, tehát eredetileg 30 matricája volt. *(2 pont)*

3. feladat: Egy 630 $cm \times 310$ cm-es téglalap alakú konyha padlóját akarjuk lefedni fekete és fehér csempékkel. A csempék szintén téglalap alakúak, 10 $cm \times 30$ cm-esek. Úgy akarjuk lefedni a padlót, hogy a csempéket ugyanolyan állásban fektetjük le, tehát az összesnek a 30 cm-es oldala egymással párhuzamos lesz. A csempéket nem törjük el és hézag nélkül sikerül lefedni a padlót.

a) Hány csempére van szükség?

b) Az egyik sarokba fekete csempét teszünk, majd ezt követően úgy rakjuk le a csempéket, hogy az ugyanolyan színű csempék ne legyenek szomszédosak. Szomszédosnak akkor hívunk két csempét, ha közös oldallal rendelkeznek. Hány fekete és hány fehér csempére van szükség?
(6 pont)

3. feladat megoldás:

a) A $310 : 30$ nem egész, tehát a 630 cm-es oldallal párhuzamos a 30 cm-es oldal. *(1 pont)*
$310 : 10 = 31$, $630 : 30 = 21$, tehát $31 \cdot 21 = 651$ csempére van szükség. *(2 pont)*
b) A fekete csempékből 11 sorban 16 fekete csempe van, míg 10 sorban csak 15, tehát összesen 326 fekete csempét rakunk le. *(3 pont)*
A b) rész így is megindokolható: ha az egyik sort, vagy oszlopot elvesszük, páros számú sor, vagy oszlop marad, ahol ugyanannyi fekete, illetve fehér csempe van, és abban a sorban, amit elvettünk, páratlan számú csempe van. (Mivel az egyik sarok fekete, minden sarok fekete), ezért ott 1-gyel több fekete lesz, mint fehér, tehát összességében is eggyel több fekete lesz, mint fehér. $651 : 2 = 325$ és maradék az 1, tehát 326 fekete csempe lesz.

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Jakucs Erika, Kocsis Szilveszter, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza

4. feladat: Egy nagy sziklafal mögött hétfejű sárkányok rejtőzködnek és mi 156 fejet látunk. Minden sárkánynak több feje látszik ki, mint amennyi takarásban van a szikla mögött és egyik sárkánynak sem látszik mind a hét feje. Naplemente után az összes sárkány kidugja az összes fejét, és annyi fejet már nem tudunk pontosan megszámolni, de biztosak vagyunk benne, hogy 210-nél kevesebb fej van. Hány sárkány lehet a sziklafal mögött? Minden lehetséges megoldásra adj meg egy-egy példát is, hogy miként láthatunk 156 fejet!
(8 pont)

4. feladat megoldás: Minden sárkánynak legalább 4 feje látszik ki. *(1 pont)*
$\frac{156}{4} = 39$, ezért legfeljebb 39 sárkány lehet. *(1 pont)*
Minden sárkánynak legfeljebb 6 feje látszik ki. *(1 pont)*
$\frac{156}{6} = 26$, ezért legalább 26 sárkány van. *(1 pont)*
Kevesebb, mint $\frac{210}{7} = 30$ sárkány van. *(1 pont)*
Lehet $26,\ 27,\ 28$ vagy 29 sárkány. *(1 pont)*
Ezek lehetségesek is, példák megadása. *(Példánként fél pont)*
26 sárkánynak hat feje látszik.
24 sárkánynak hat feje látszik, 3-nak négy.
22 sárkánynak hat feje látszik, 6-nak négy.
20 sárkánynak hat feje látszik, 9-nek négy. *(2 pont)*

5. feladat: 1-től 100-ig leírtuk a pozitív egész számokat. Hány olyan szám van közöttük, amely 5-tel osztható, vagy a számjegyeinek összege 5-tel osztható?
(8 pont)

5. feladat megoldás: 20 db 5-tel osztható van. Itt megszámoltuk azokat, amelyekre mindkét feltétel teljesül (pl. 50), ezeket a továbbiakban már nem számoljuk. *(1 pont)*
$14, 41, 23, 32$ ahol 5 az összeg. *(2 pont)*
(-1 pont, ha itt megszámolja még egyszer az $5, 50$ *számokat.)*
$19, 28, 37, 46$ és a számjegyek felcserélve, *(2 pont)* ahol 10 az összeg (ez 8 db).
(-1 pont, ha itt megszámolja még egyszer az 55*-öt.)*
$69, 96, 78, 87$ ahol 15 az összeg. *(2 pont)*
Összesen $20 + 4 + 8 + 4 = 36$ ilyen szám van. *(1 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Jakucs Erika, Kocsis Szilveszter, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza