# Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
## 6. oszály
## II. forduló
## MEGOLDÁSOK

**1. feladat:** Egy négyjegyű számról ezeket tudjuk:
(1) Van 3 egymást követő számjegye (nem feltétlenül sorban).
(2) Ezek közül az egyik duplája a másiknak.
(3) A négyjegyű szám 3-mal osztva 2 maradékot ad.
(4) A 4 db számjegy szorzata 0.
(5) A négyjegyű szám első két jegyéből álló kétjegyű szám 1-gyel kisebb, mint az utolsó két jegyéből álló kétjegyű szám.
Melyik lehet ez a négyjegyű szám?

*(10 pont)*

**1. feladat megoldás:** (1) szerinti számjegy hármasok: $(0, 1, 2); (1, 2, 3); (2, 3, 4);$
$(3, 4, 5); (4, 5, 6); (5, 6, 7); (6, 7, 8); (7, 8, 9)$

**(1 *pont*)**

(2) miatt ezekből csak a $(0, 1, 2); (1, 2, 3); (2, 3, 4)$ lehet jó.

**(1 *pont*)**

(4) szerint van a 4 számjegy között 0, ezért $(0, 1, 2, x); (1, 2, 3, 0); (2, 3, 4, 0)$ lehetnek a négyjegyű szám számjegyei.

**(1 *pont*)**

(3) miatt a számjegyek összege is 2 maradékot ad.

**(1 *pont*)**

Mivel $1 + 2 + 3 = 6$ és $2 + 3 + 4 = 9$, ezért ez a két számnégyes sem jó.

**(1 *pont*)**

A $(0, 1, 2, x)$ számjegynégyesben a hiányzó számjegy lehet $2, 5$ vagy 8. Tehát a négyjegyű szám számjegyei lehetnek: $(0, 1, 2, 2); (0, 1, 2, 5)$ vagy $(0, 1, 2, 8)$

**(1 *pont*)**

(5) figyelembe vételével a $(0, 1, 2, 5)$ vagy $(0, 1, 2, 8)$ nem ad megoldást, mivel az 5 és a 8 túl nagy, nem tudjuk egyik helyiértékre sem elhelyezni.

**(1 *pont*)**

A $(0, 1, 2, 2)$ jegyekből kirakható kétjegyűek: $10, 12, 20, 21, 22$

**(1 *pont*)**

1 a különbség a $20; 21$ páros és a $21; 22$ páros között,

**(1 *pont*)**

de nincs 3 db 2-esünk, ezért csak a 2021 a jó.

**(1 *pont*)**

**(*összesen* : 10 *pont*)**

**2. feladat:** Kocka élvázakat építünk hurkapálcákból és gyurmagolyókból. Kék és piros gyurmánk van. Olyan kockákat építünk, amelyeken minden lap csúcsai közt szerepel mindkét szín. Két kockát csak akkor tekintünk különbözőnek, ha nem ugyanannyi piros csúcsuk van. Hány különböző kockát építhetünk?

*(10 pont)*

**2. feladat megoldás:** Egy db piros csúcs nem elég, mert ez csak 3 laphoz tartozik, így a kocka másik 3 lapjának nincs piros csúcsa.

**(2 *pont*)**

Legkevesebb 2 csúcs piros – egy testátló két végpontja jó.

**(2 *pont*)**

Ugyanezért kék csúcsból is legalább 2 db kell,

**(1 *pont*)**

tehát a piros csúcsok maximális száma 8-2=6.

**(1 *pont*)**

$2, 3, 4, 5, 6$ piros csúcs lehet:

**(1 *pont*)**

legyen piros egy testátló két végpontja, kék egy másik testátló két végpontja.
Ekkor a fennmaradó csúcsokat tetszőlegesen színezhetjük,

**(1 *pont*)**

így lehet, hogy ez már mind kék, vagy van közte $1, 2, 3, 4$ piros is.

**(1 *pont*)**

5 különböző kockát építhetünk.

**(1 *pont*)**

**(*összesen* : 10 *pont*)**

**3. feladat:** Legfeljebb hány számot lehet kiválasztani az $1, 2, 3, 4, \ldots 31, 32, 33$ számok közül úgy, hogy semelyik kettőnek az összege ne legyen osztható 4-gyel? (pl a $4, 5, 6$ három jó szám, mert $5 + 4,\ 5 + 6,\ 4 + 6$ egyike sem osztható 4-gyel. Viszont ez csak három szám. Mennyi a legtöbb, amennyit kiválaszthatsz?)

*(10 pont)*

**3. feladat megoldás:** 4-gyel osztva $0, 1, 2,$ vagy 3 lehet a maradék.

**(2 *pont*)**

A 2 és 4 maradékúak közül csak egyet-egyet választhatunk, mert két ilyen összege 4-gyel osztható.

**(2 *pont*)**

Emellé az összes 1 maradékú, vagy az összes 3 maradékú választható, de csak az egyik csoport.

**(1 *pont*)**

1 maradékú van 9 db, $2, 3, 4$ maradékú pedig $8 - 8$ db, mert 32-ig van mindből 8 db.

**(2 *pont*)**

Ezért az 1-eseket érdemes választani, valamint egy 0, és egy 2 maradékút.

**(1 *pont*)**

$9 + 1 + 1 = 11$ db a legtöbb, ami kiválasztható.

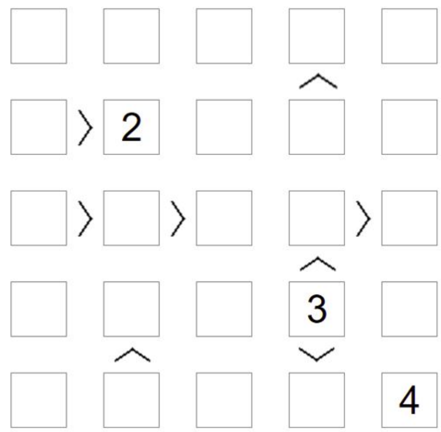
**(1 *pont*)**

$1, 5, 9, \ldots, 33$ ez 9 darab, és pl a 2, és a 4.

**(1 *pont*)**

**(*összesen* : 10 *pont*)**

**4. feladat:** A következő feladvány FUTOSHIKI névre hallgat. Minden mezőbe az $1, 2, 3, 4, 5$ számok egyike kerülhet úgy, hogy minden sorban, és minden oszlopban mind az 5 szám pontosan egyszer szerepel. Emellett a táblázatban jelölt relációknak is teljesülni kell. Töltsd ki a táblázatot! *(Itt nem kell indoklást írnod.)*

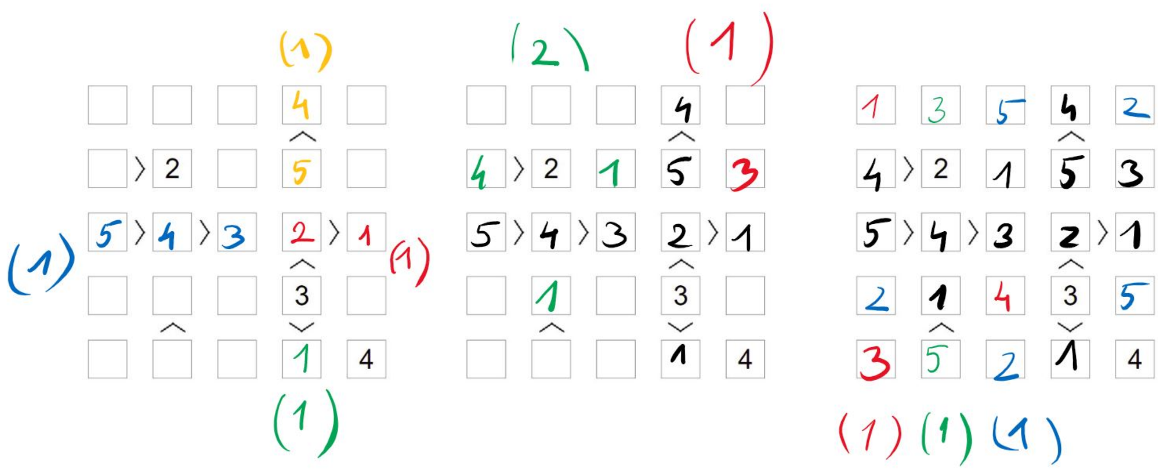



*(10 pont)*

**4. feladat megoldás:** A teljes, hibátlan kitöltés

**(10 *pont*)**

Ha nem teljes, akkor a következő ábra szerint pontozzuk a helyesen beírt számokat:




**(*összesen* : 10 *pont*)**

**5. feladat:** Egy osztályban a 2020/21-es tanévben 3 verseny volt nagyon népszerű: a hangszeres verseny, a versmondó, és a matematika verseny. A népszerűséget mutatja, hogy az osztály minden tanulója legalább az egyik versenyen részt vett. Az indulók számáról a következőket tudjuk:
(1) 22 gyerek nem indult a hangszeres versenyen
(2) 16 gyerek nem versenyzett matekból, és
(3) 13 nem nevezett be a versmondóba.
(4) pontosan két versenyen 9-en vettek részt,
(5) míg 1 gyerek mindhárom versenyen elindult.
Hány fős ez az osztály?

*(10 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Jakucs Erika, Kocsis Szilveszter, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza

**5. feladat megoldás:** 22 nem indult a hangszeres (zenei) versenyen, azaz 22 olyan gyerek van, aki részt vett: csak matekon, vagy csak versmondón, vagy matekon és versmondón (de zenein nem)

**(1 *pont*)**

16 gyerek vett részt: csak versmondón, vagy csak zenein, vagy versmondón és zenein.

**(1 *pont*)**

13 gyerek vett részt: csak matekon, vagy csak zenein, vagy matekon és zenein.

**(1 *pont*)**

Ezért a $22 + 16 + 13 = 51$

**(1 *pont*)**

összegben 2-szer számoltuk azokat, akik csak 1 versenyen indultak,

**(1 *pont*)**

és 1-szer azokat, akik pontosan 2 versenyen indultak.

**(1 *pont*)**

***1.folytatás* :**

$51 + 9 = 60$

**(1 *pont*)**

itt 2-szer számoltuk azokat, akik 1, vagy 2 versenyen indultak,

**(1 *pont*)**

ezek száma tehát 30.

**(1 *pont*)**

Van még 1, aki mindhárom versenyen részt vett, tehát $30 + 1 = 31$ fős az osztály.

**(1 *pont*)**

***2.folytatás* :**

$51 - 9 = 42$

**(1 *pont*)**

itt 2-szer számoltuk azokat, akik pontosan egy versenyen indultak,

**(1 *pont*)**

ezek száma tehát 21.

**(1 *pont*)**

Vannak még a pontosan 2 versenyen indulók és a mindhárom versenyen induló, tehát $21 + 9 + 1 = 31$ fős az osztály.

**(1 *pont*)**

**(*összesen* : 10 *pont*)**

*megjegyzés:*

a megoldást halmazábra segítheti.