

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye

2013-2014

7.osztály

döntő

Megoldások

1. Többféle csoportosítással dolgozhatunk, például:

Ha a tagokat hármával csoportosítjuk, akkor 33 csoportot kapunk:

$$100-101+102=101$$

$$103-104+105=104$$

....

$$196-197+198=197$$

és még a 199.

$$101+104+107+\dots+197+199=\frac{(101+197)\times 33}{2} + 199 = 4917 + 199 = 5116$$

Tehát $A=5116$.

2. A kérdésekre egy igazmondó 1 igennel és 2 nemmel válaszol, míg egy Hazug 2 igennel és 1 nemmel. Tehát az igen válaszok száma az igazmondók számának és a Hazugok számának kétszeresének összege, vagyis az igen válaszok összege 100-nál éppen a Hazugok számával több. $60+40+30-100=30$ Hazug, és 70 igazmondó van a szigeten.
3. Legyen az átlók metszéspontja M, így az ACD háromszöget az átló ADM és DCM háromszögekre bontja, ezek területe 3cm^2 illetve 5cm^2 . Ezért a CBM és BAM háromszögek területének összege 16cm^2 , vagyis kétszerese a másik két háromszög területösszegének. A közös alapok miatt a háromszögek magasságainak aránya a területek arányával egyezik meg, vagyis 2:1. Ekkor a BAM háromszög területe kétszerese a MAD háromszög területének, hasonlóan $t_{BMC}=2\times t_{MDC}$. Tehát a másik két háromszög területe 6cm^2 , illetve 10cm^2 .

4. A sorozat tagjai rendre:

9991, 56, 22, 8, 16, 14, 10, 2, 4, 8, 16.....

Bármely tag értéke csak az előző tagtól függ, így az aláhúzott elemek periódikusan... 8, 16, 14, 10, 2, 4... következnek a továbbiakban.

Tehát 4. tag, 10. tag, 16. tag ... 2008. tag, 2014. tag 8.

(a sorszám 6-tal osztva 4-et ad maradékul.)

Igen van, ha a számjegyek összegét rendre 3-mal, vagy 6-tal, 10-zel...szorozuk, akkor a következő sorozatokat kapjuk:

9991, 84, 36, 27, 27, 27...

9991, 168, 90, 54, 54, ...

9991, 280, 100, 10, 10...

(Természetesen bármely más, helyes megoldás elfogadható.)

5. Pontosan 9 ugrással a következő pontokba érkezhetsz:

(0; 9); (1; 8); (2; 7), (3; 6); (4; 5); (5; 4); (6; 3); (7; 2), (8; 1); (9; 0).

A (7;2) pontba 36-féleképpen érkezhetsz meg a szöcske.

(pl. számoljuk össze, hogy a rácspontokba rendre hányféleképpen érkezhetsz meg a szöcske.)