Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
2013
Döntő
Megoldások, pontozás

1. feladat
Több lehetőség van, például:
Az ABC szabályos háromszög C-ből induló magasságának talppontja D, így DCB szög 30^0.
2 pont
D-ből BC-re merőleges talppontja E. EDB szög 30^0, DBE szög 60^0.
2 pont
E-ből DC-re merőleges talppontja F, így FEC szög 60^0.
2 pont
Így a szabályos háromszög felét (CDB háromszög) feldaraboltuk 3 megfelelő háromszögre, a másik felét hasonlóan darabolhatjuk szét.
4 pont
(Más megoldás például, ha a beírt kör középpontját kötjük össze az odafelezési pontokkal és a csúcsokkal.)

2. feladat
Legyen az egy tantárgyból döntőbe jutott tanulók száma *x*. Minden versenyzőt számoljunk meg mindhárom versenyen.
2 pont
Ekkor $x+2\cdot\frac{x}{2}+3\cdot\frac{x}{3}=120+84+48$
4 pont
Rendezve $\begin{aligned}3x&=252\\ x&=84\end{aligned}$
2 pont
Az összes döntőbe jutott tanuló száma: $84+\frac{84}{2}+\frac{84}{3}=154$ diák.
2 pont

3. feladat
Természetesen több megoldás is létezik, de talán a legegyszerűbben megtalálhatót keresik a tanulók is.
A derékszögű háromszögnek két oldala egyben magasság is, így induljunk ki derékszögű háromszögből.
2 pont
Válasszunk jól ismert pitagoraszi számhármast oldalhossznak, például 3cm, 4cm, 5cm.
2 pont

Ennek a háromszögnek a területe $\frac{3 \cdot 4}{2} = 6\text{cm}^2$.
2 pont
Az átfogóhoz tartozó magasság $\frac{6 \cdot 2}{5} = \frac{12}{5}\text{cm}$ hosszú, ez nem egész szám.
2 pont
A háromszöget például ötszörösére nagyítva oldalai 15cm, 20cm, 25cm, átfogóhoz tartozó magassága pedig 12cm, így ez a háromszög megfelel a feltételeknek.
2 pont

4. feladat
4x4-es négyzethálón létezik ilyen elrendezés, például:

O	O	O	O
O	O		
O		O	
O			O

4 pont
5x4-es négyzethálón ilyen elrendezés nem létezik, mert ha létezne, akkor sorokat figyelve páratlan darab, az oszlopokat figyelve páros darab korongra lenne szükség.
6 pont

5. feladat
$195 = 3 \cdot 5 \cdot 13$, ezért a következő öt eset képzelhető el.
1 pont
$195 = 3 + 5 + 13 + 1 + 1 + 1 + ... + 1$, ahol 174 darab 1-es szerepel.
2 pont
$195 = 15 \cdot 13 = 15 + 13 + 1 + 1 + ... + 1$, ahol 167 darab 1-es szerepel.
2 pont
$195 = 39 \cdot 5 = 39 + 531 + 1 + ... + 1$, ahol 151 darab 1-es szerepel.
2 pont
$195 = 65 \cdot 3 = 65 + 3 + 1 + 1 + ... + 1$, ahol 127 darab 1-es szerepel.
2 pont
$195 = 195$ (Ha csak az „egytagú összeget” nem említi, akkor is járhat az utolsó 1 pont.)
1 pont