8. évfolyam

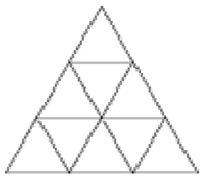
1. Egy osztály tanulóinak az ötnyolcada kékszemű. A gyerekek 25%-a szemüveges, 50%-a viszont kék szemű, de nem szemüveges.
A tanulók hányad része nem kék szemű és nem szemüveges?
Hány fős lehet az osztály, ha nem kevesebben vannak, mint 30, de 40 főnél kevesebben vannak?

2. Leírtuk egymás mellé 1-től 2012-ig a pozitív egész számokat:

123456789101112….20112012.

Hány számjegyből áll ez a szám?
Osztható-e 3-mal az előző módon előállított szám?

3. Hány darab háromszöget, rombuszt és húrtrapézt találhatunk az ábrán? Állításod indokold!



4. Egy ABCD négyszög három szomszédos oldalának hossza megegyezik, a négyszög általuk meghatározott szögei 60^0 illetve 70^0.
Mekkora a négyszög legnagyobb szöge?

5. A koordináta-rendszer első síknegyedében található ABCD trapéz csúcsai: A(a; 0), B(8; b), C(3; b),D(0; 0), ahol ***a*** és ***b*** egész számok. Tudjuk, hogy a trapéz területe 121 egységnégyzet. Határozzuk meg a hiányzó koordinátákat!

Megoldások

8. évfolyam

1. feladat

Az osztály $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$ része kékszemű vagy szemüveges, tehát a gyerekek $\frac{1}{4}$ része nem rendelkezik egyik vizsgált tulajdonsággal sem.
Ilyen osztály akkor lehet, ha az osztálylétszám osztható 8-cal, így 32 fős lehet az osztály. Ekkor teljesülnek a feltételek: 8 egyik tulajdonsággal sem, 4 mind a két tulajdonsággal rendelkezik.16 kékszemű, nem szemüveges, végül 4 szemüveges, nem kékszemű tanuló van.

2. feladat
A feladatbeli számot (jelöljük K-val) felépítő számokat csoportosítsuk számjegyeik száma szerint:
1-től 9-ig 9db egyjegyű,
10-től 99-ig 90db kétjegyű,
100-tól 999-ig 900db háromjegyű és 1000-től 2012-ig 1013db négyjegyű.
Ezek szerint K jegyeinek száma: $9+90\cdot 2+900\cdot 3+1013\cdot 4=6941$.
K pontosan akkor osztható hárommal, ha számjegyeinek összege osztható hárommal.
A számjegyek összegének megállapítása helyett használjuk fel, hogy a K szám 3-as maradéka megegyezik az 1+2+3+…+2012 összeg 3-as maradékával.
1+2+3+…+2012=$2012\cdot\frac{1+2012}{2}$=2025078. Az összeg számjegyeinek összege 24, osztható 3-mal, tehát a K szám is osztható 3-mal.
Másik megoldás, ha a „Gauss módszert” nem ismerik:
Csoportosítsuk az összeg tagjait hármasával:
(1+2+3)+(4+5+6)+..+(2008+2009+2010)+2011+2012
Minden 3-as csoportban az összeg osztható 3-mal és 2011+2012 is osztható 3-mal, tehát K is osztható 3-mal.

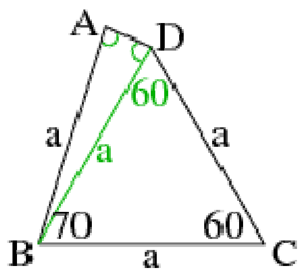
3. feladat
Számoljuk össze az alakzatokat méretük szerint:
Rombuszból csak egyféle méretű van, (2 háromszögből álló), összesen 9 darab.
Háromszögből három különböző méretű van:
- a legkisebből (1 háromszögből álló) 9 darab;
- a közepes méretűből (4 háromszögből álló) 3 darab;
- a legnagyobból (9 háromszögből álló) 1 darab.
Tehát háromszög összesen 13 darab van.

Trapézból is háromméretű van:
- a legkisebből (3 háromszögből álló) 12 darab;
- a közepes méretűből (5 háromszögből álló) 3 darab;
- a legnagyobb méretűből (8 háromszögből álló) szintén 3 darab.

Tehát trapézból összesen 18 darab van.

4. feladat

Használjuk az ábra jelöléseit. Legyenek az azonos hosszú oldalak AB=BC=CD=a



A BCD háromszög szabályos, ezért BD=a és ez az átló a 70^0-os szöget 60^0 és 10^0-os szögekre bontja. Ezek szerint ABD háromszög egyenlőszárú, és alapján fekvő szögei 85^0-osak. Ezért a négyszög legnagyobb szöge $85^0+60^0=145^0$.

5. feladat

A trapéz AD és BC oldalai párhuzamosak az x-tengellyel, AD hossza a, BC hossza 5, a trapéz magassága pedig b. A trapéz területe: $\frac{(a+5)\cdot b}{2}=121$, azaz (a+5).b=2.112. Tudjuk, hogy a>0, b>0.

Az a+5 lehetséges értékei:	11	22	121	242
Ekkor az a értékei:	6	17	116	237
A hozzátartozó b értékei:	22	11	2	1

A négy lehetséges megoldás a táblázatból kiolvasható.