

Budapesti Általános Iskolák Matematikaversenye
Döntő
6. osztály
2011.

1. Nagymama süttött egy tepszi zserbót. Pisti ette meg ennek negyedét. Marika pedig a harmadát. Ezután a maradék süti 1-1 ötödét anyu, apu, és nagymama csipegették el. **Így nagypapának még 6 szelet jutott.**
Hány szelet volt eredetileg a tepsiben, és ki hányat evett meg?

Megoldás:

Pisti és Marika együtt $7/12$ részt ettek meg. _____ 1p
Maradt $5/12$ rész _____ 1p
Ennek 1-1 ötöde, az $1/12$ anyunak, apunak és nagymamának is _____ 1p
Maradt még $2/12$ rész a nagypapának _____ 1p
 $2/12$ rész a 6 szelet, akkor $1/12$ rész 3 szelet _____ 1p
 $12 \times 3 = 36$ szelet volt a tepsiben _____ 1p
Pistié: $3 \times 3 = 9$ _____ 1p
Marikáé $4 \times 3 = 12$ _____ 1p
Anyu, apu és nagymama 3-3-3 szeletet evett _____ 2p

2. Melyek azok az *abab* alakú négyjegyű számok, melyek oszthatók 15-tel?

Megoldás:

15-tel akkor, és csak akkor osztható egy szám, ha osztható 3-mal és 5-tel is. _____ 2p
5-tel pontosan akkor osztható, ha a végződése 0, vagy 5 _____ 1p
3-mal, ha a jegyeinek összege osztható 3-mal. _____ 1p
Ha a végződése 0, akkor a jegyösszeg $2 \times a$, így a lehet 0, 3, 6, vagy 9 _____ 2p
Ha a végződése 5, akkor a jegyösszeg $2 \times a + 10$, ekkor a lehet 1, 4, 7 _____ 2p
A keresett számok tehát: 1515, 3030, 4545, 6060, 7575, 9090 _____ 2p

(2. Megoldás)

$abab = 101 \times ab$. A 101 prím, ezért ez a szám akkor osztható 15-tel, ha ab is osztható 15-tel.
Így ab lehet 15, 30, 45, 60, 75, 90, és más nem.

3. Furaország lakói hétfőn, kedden és szerdán hazudnak, a hét többi napján igazat mondanak. Egyiküktől meg szeretnéd tudni milyen nap van éppen. Ő a következőket mondja:

- Tegnap hazudós nap volt.
- Holnapután másnapján megint hazudós nap lesz.

Milyen nap van éppen?

Megoldás:

Ha igazmondó nap lenne, az csak csütörtök lehetne, mert ez előtt van hazudós nap **2 pont**
Csütörtökön viszont nem mondhatja a 2. mondatot, mert szombat igazmondó nap **2 pont**

Ezért hazudós nap van _____ *1 pont*
Az 1. állítás miatt tegnap igazmondó nap volt _____ *2 pont*
ezért ma csakis hétfő lehet _____ *1 pont*
Így a 2. állítás is hamis, mert csütörtök már igazmondó nap _____ *1 pont*
Tehát hétfő van _____ *1 pont*

- 4. Egy ABCD téglalap AD oldalának felezőpontja E, BC oldalának felezőpontja F. E-t összekötöttük B-vel és C-vel. F-et összekötöttük A-val és D-vel. Így a téglalapot 7 részre bontottuk fel.
Hányad része ezek területe külön-külön a téglalap területének?**

Megoldás:

A téglalapot EF szimmetriatengelye két egybevágó téglalapra bontja. _____ 1p
Ezeket átlóik 4-4 háromszögre darabolják. _____ 1p
A 4-4 háromszög területe egyenlő _____ 1p
Rajzoljuk meg az EFCD téglalap szimmetria tengelyeit. _____ 1p
Ezekkel 4 egybevágó téglalapra bontottuk fel. _____ 1p
Minden téglalapban 1-1 átló szerepel, ami 2 egybevágó darabra bont. _____ 1p
Ugyanígy az ABFE téglalapot is 8 egybevágó háromszögre daraboljuk. _____ 1p
Az egész téglalap így 16 egybevágó háromszögből áll. _____ 1p
A középső darab $4/16 = 1/4$ rész _____ 1p
A többi mind 2-2 db háromszögből áll, így mindegyik $2/16 = 1/8$ rész _____ 1p