

Szakkör 10. osztály

1. foglalkozás

- 1, Mekkora annak az egyenlő szárú háromszögnek a területe, amelynek szára a hosszúságú, a száruk szöge pedig 120° ?
- 2, Igazoljuk, hogy a trapézt átlói négy olyan háromszögre vágják, amelyek közül kettőnek a területe megegyezik!
- 3, Egy paralelogramma két szemközti oldalának felezőpontját kössük össze a másik két oldal egy-egy tetszőleges szerinti pontjával. Igazoljuk, hogy a négy összekötő szakasz által határolt négyszög területe fele a paralelogramma területének!
- 4, Hosszabbítsuk meg egy háromszög mindegyik oldalát egyik irányban (meghatározott körüljárási irányt tartva) saját hosszának kétszeresével. A végpontok összekötésével nyert háromszög területe hányszorosa az eredetinek?
- 5, Egy háromszög oldalait osszuk három egyenlő részre, és válasszunk ki minden oldalon egy az óramutató járása szerinti megfelelő osztópontot, Kössük ezeket össze a szemközti csúccsal. Mutassuk meg, hogy az összekötő szakaszokkal közrezárt háromszög területe az eredeti háromszög területének hetedrésze.

$$6, r^2 = \frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}; \quad r_a^2 = \frac{s(s-b)(s-c)}{s-a}; \quad \text{stb.}$$

$$7, \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \quad \text{A jelölések a háromszögeknél szokásosak.}$$

- 8, Mutassuk meg, hogy szabályos háromszögben $r_a(r+r_a) = a^2$, ahol r a beírt, r_a a hozzáírt kör sugara és a háromszög oldalának hossza a .

- 9, Ha egy háromszög magasságai m_a, m_b, m_c , továbbá beírt körének sugara r , akkor igazoljuk, hogy

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{m_a} + \frac{1}{m_b} + \frac{1}{m_c}.$$

- 10, Egy ABC háromszög területe t . Mekkora a súlyvonaláiból szerkesztett háromszög területe?

- 11, Legyenek a, b, c egy háromszög oldalainak hosszai. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{c+a-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3.$$