

1. Igazoljuk, hogy egy háromszög magasságpontján áthaladó egyenest az oldalegyenesekre tükrözve három olyan egyenest kapunk, melyek egy ponton mennek át, és ez a pont rajta van a háromszög köréírt körén.
2. Megadunk egy sorozatot: $a_1=c$ ez pozitív egész, továbbá
$$a_{n+1} = c \cdot a_n + \sqrt{(c^2 - 1)(a_n^2 - 1)}.$$
Bizonyítsuk be, hogy a sorozat elemei pozitív egészek!
3. Egy húrsokszöget felbontunk egy csúcsból induló átlókkal háromszögekre. Vegyük a háromszögek beírt köreinek sugarait és adjuk össze ezeket. Igazoljuk, hogy bármely csúcsot választottuk is az elején, mindig ugyanannyi lesz a sugarak összege.
4. Tekintsük a 2003 összes partícióit. Legyen egy partíció indexe a benne szereplő összeadandók száma és a maximális összeadandónak az összege. Határozzuk meg az index minimumát.
5. Egy feleletválasztós tesztvizsga 4 kérdésből állt. Minden kérdésre háromféle válasz volt adható. A vizsgán résztvevő diákokról kiderült, hogy bármely hármójukhoz volt olyan kérdés, amelyre mindhárman másképp válaszoltak. Legfeljebb hány diák vehetett részt a vizsgán?
6. Az $ABCD$ érintőnégyyszög beírt köre az oldalakat négy pontban érinti, a szomszédos oldalakon levő érintési pontokat összekötjük. Így a négyyszög minden csúcsánál keletkezik egy kis háromszög. Megrajzoljuk ezeknek a beírt köreit. Tekintsük a szomszédos csúcsokhoz tartozó kis köröknek az oldalegyenesektől különböző közös külső érintőit. Tudjuk, hogy ez a négy egyenes egy négyszöget zár közre. Mutassuk meg, hogy ez rombusz.