1. (Casey tétel.) A k kör kerületén vannak az A, B, C, D pontok ilyen sorrendben. A k kört a megadott pontokban belülről érinti egy-egy másik kör. Meghúzzuk az A-ban és B-ben érintő körök közös külső érintőjét, az érintési pontok közti távolságot jelölje $d(AB)$. Hasonlóan definiáljuk a többi körpárra is.
Igazoljuk, hogy ekkor $d(AB)d(CD)+d(AD)d(BC)=d(AC)d(BD)$.

Megjegyzés:
(a) A legutóbbi szakkör házi feladata ezzel a tétellel kicsit egyszerűbb. (Feladatok a nagyvilágból 58.oldal 10. feladat.)
(b) A tétel igaz akkor is, ha a körök közül valamelyiknek 0 a sugara, pl az említett feladatban r_a könnyen számítható, ha a háromszög csúcsait pontköröknek tekintjük és a negyedik kör az r_a sugarú lesz.
(c) A tétel akkor is igaz, ha a körök mind kívülről érintenek. Amennyiben vannak belülről és kívülről érintő körök is, akkor két azonos irányból érintő kör esetén nem változik semmi. Egy belülről, egy kívülről érintő körpárt véve a közös belső érintőn kell tekinteni az érintési pontok közti távolságot.

2. Prím-e (a) $4\cdot 100^{400}+1$; (b) $3^{22}+5\cdot 3^{10}+1$; (c) 1001^4+4^{1001} ?

3. Adott a síkon $2n+1$ különböző egyenes, semely kettő nem merőleges. Legfeljebb hány hegyesszögű lehet az egyenesek által meghatározott háromszögek között? (Gillis-Turán 1999/2)

4. Mutassuk meg, hogy ha a, b, c, d olyan pozitív egészek, amelyekre
$$a^2+b^2+ab=c^2+d^2+cd$$
teljesül, akkor $a+b+c+d$ összetett szám.

5. Határozzuk meg azokat az $f:\mathbf{Q}\to\mathbf{Q}$ függvényeket, amelyekre teljesül, hogy bármely két racionális x, y számra $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)-f(x\cdot y)+1$. (Gillis-Turán 1999/3.)

6. Mutassuk meg, hogy ha a, b, c, d olyan pozitív egészek, amelyekre $ab=cd$ teljesül, akkor $a+b+c+d$ és $a^2+b^2+c^2+d^2$ is összetett szám.

7. (HF) Az ABC háromszög magasságpontja M, körülírt körének középpontja O, sugara R. Tükrözzük a háromszög csúcsait a szemközti oldalegyenesekre; legyenek a tükörképek X, Y, Z, és tegyük fel, hogy ezek egy egyenesen vannak. Mutassuk meg, hogy $OM=2R$.