

1. Bizonyítsuk be, hogy bármilyen pozitív egész k és n számok esetén található k (nem feltétlenül különböző) pozitív egész: m_1, m_2, \dots, m_k , amikre

$$1 + \frac{2^k - 1}{n} = \left(1 + \frac{1}{m_1}\right) \left(1 + \frac{1}{m_2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{m_k}\right).$$

2. A sík 4027 pontjából álló alakzatot nevezünk kolumbiainak, ha 2013 piros, a többi kék és az alakzat semely három pontja sincs egy egyenesen. Néhány egyenes meghúzásával a síkot tartományokra bontjuk. Az egyenesenek ezt az elrendezését a kolumbiai alakzatra nézve jónak nevezzük, ha semely egyenes sem megy át az alakzat egyetlen pontján sem és nincs olyan tartomány, amelyik mindkét színű pontot tartalmaz. Határozzuk meg a legkisebb olyan k értéket, amire igaz, hogy a 4027 pontból álló bármely kolumbiai alakzatra van k egyenesből álló jó elrendezés.
3. Az ABC háromszög A csúcsával szemközti hozzáírt köre érintse a BC oldalt az A_1 pontban. Hasonlóan definiáljuk a CA oldal B_1 és az AB oldal C_1 pontját. Tegyük fel, hogy az $A_1B_1C_1$ háromszög körülírt körének középpontja az ABC háromszög köré írt körön van. Bizonyítsuk be, hogy az ABC háromszög derékszögű.
4. Legyen az ABC hegyesszögű háromszög magasságpontja H és legyen W a BC oldal egy belső pontja. A B -ből ill. C -ből induló magasságok talppontjai legyenek M ill. N . Jelölje ω_1 a BWN háromszög körülírt körét és legyen X az ω_1 kör azon pontja, amire WX ω_1 -nek átmérője. Hasonlóan, jelölje ω_2 a CWM háromszög körülírt körét és legyen Y az ω_2 kör azon pontja, amire a WY ω_2 -nek átmérője. Bizonyítsuk be, hogy az X , Y , és H pontok egy egyenesen fekszenek.
5. Jelölje \mathbf{Q}^+ a pozitív racionális számok halmazát. Legyen $f: \mathbf{Q}^+ \rightarrow \mathbf{R}$ olyan függvény, ami kielégíti a következő három feltételt: (i) Minden x, y poz. rac esetén $f(x)f(y) \geq f(xy)$; (ii) Minden x, y poz. rac esetén $f(x+y) \geq f(x) + f(y)$; (iii) Létezik olyan $a > 1$ racionális szám, amire $f(a) = a$. Bizonyítsuk be, hogy $f(x) = x$ minden poz. rac. x esetén.
6. A síkon van $2n$ pont, nincs három egy egyenesen. Min hány egyenessel vágható fel a sík tartományokra úgy, hogy minden tartományban legfeljebb egy pont legyen?
7. Az ABC háromszög minden oldalát a k kör két pontban metszi. A' és A'' stb. Biz ha AA' , BB' és CC' egy ponton megy át, akkor AA'' , BB'' és CC'' is.
8. Van-e olyan $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ függvény, amely bármely valós x -re kielégítik az $(f(x^2))^2 + f(2^x) + 1 = 0$ összefüggést.
9. $n \times n$ -es táblába beírjuk 1-től n^2 -ig a poz. egészeket. A szomszédos mezőkön levő számok eltéréseinek vesszük a legnagyobb értékét, legyen ez M . Mi M lehető legkisebb értéke? (A szomszédos csak oldalszomszédost jelent.)