

2. Legyen C az AB szakasz belső pontja. Az AB szakasz azonos oldalára emeljük az AB , AC és CB átmérőjű félköröket. A C ponton át az AB -re emelt merőleges egyenes az AB -re emelt félkörívet a D pontban metszi. Az AD szakasz és az AC -re emelt félkörív metszéspontja E , a BD szakasz és a CB -re emelt félkörív metszéspontja F . Igazoljuk, hogy az EF egyenes az AC -re illetve CB -re emelt félkörívek közös érintője lesz.

Megoldás: Thalesz tétele alapján $ADB\angle = AEC\angle = CFB\angle = 90^\circ$. 1 pont

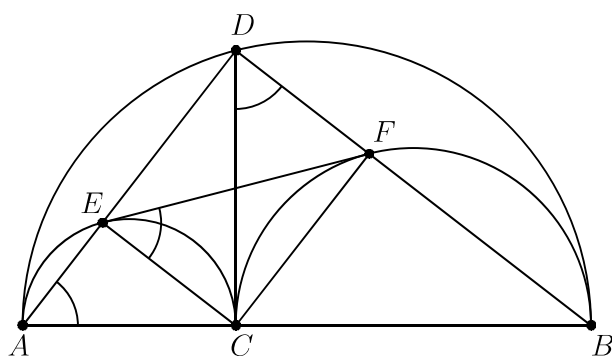
A $CEDF$ négyszög tehát téglalap. 1 pont

A téglalap szimmetrikus az oldalainak felezőmerőlegesére, így $FDC\angle = CEF\angle$. 1 pont

Másrészt $FDC\angle = DAB\angle$, hiszen merőleges szárú hegyesszögek. 1 pont

Tekintsük az AEC háromszög köré írt kört és abban az EC húrhoz tartozó $DAB\angle$ kerületi szöveget. Imént azt kaptuk, hogy $CEF\angle = DAB\angle$, ebből az következik, hogy $CEF\angle$ az EC húrhoz tartozó érintő szárú kerületi szög, azaz EF érintője az AEC háromszög köré írt körnek. 2 pont

Ugyanígy igazolható, hogy EF érinti a CB -re emelt félkörívet is. 1 pont



Összesen 7 pont