

#### 4. feladat

Adott  $n$  ember között hányféle olyan ismeretségi kapcsolatrendszer lehet, hogy mindenki páratlan sok másikat ismer (az ismeretség kölcsönös)?

**Megoldás:** Az  $n$  nem lehet páratlan, mert akkor az összes ismeretség páratlan sok páratlan szám összegének a fele lenne, ami nem egész szám. (1 pont)

Páros  $n$ -re rögzítsünk egy tetszőleges  $E$  embert, és tekintsük a többi  $n - 1$  ember alkotta  $T$  társaságban az összes lehetséges ismeretségi kapcsolatrendszert (függetlenül attól, hogy egy adott embernek  $T$ -ben páros vagy páratlan sok ismerőse van). Hogy a feladat feltétele teljesüljön, egy  $A \in T$  embert pontosan akkor tekintsük az  $E$  ismerősének, ha  $A$ -nak  $T$ -ben páros sok ismerőse volt. (3 pont)

Ekkor  $E$ -nek is páratlan sok ismerőse lesz, hiszen  $T$ -n belül  $(n - 1)$ -páros, azaz páratlan sok embernek volt páros sok ismerőse. (1 pont)

Így a keresett ismeretségi kapcsolatrendszerek száma ugyanannyi, mint  $T$ -ben az összes lehetséges ismeretségi kapcsolatrendszerek száma, ami  $2^{\binom{n-1}{2}}$ . (2 pont)