

2014, Keszthely, RLV

A nekeresdi ásatásokon néhány eddig ismeretlen ezópuszi fabula is előkerült, íme:

1. *A szeszélyes teknősbéka*

Egy teknősbéka egy egyenes vonal mentén mozog egy irányban pontosan hat percig. Az út mentén megfigyelők állnak a következő két szabály szerint:

- (i) Minden megfigyelő pontosan egy percig folyamatosan nézi a teknőst;
- (ii) Minden pillanatban legalább egy ember figyeli a teknőst.

Mindegyik megfigyelő azt állapítja meg, hogy az ő egy perce alatt a teknős pontosan egy métert tett meg. Mekkora az a minimális, illetve maximális távolság, amit a teknős a hat perc alatt megtehet? (Egyik válasz sem hat méter.)

2. *A törhetetlen strucctojás*

Van két strucctojásunk, és meg akarjuk tudni, hogy egy 36 emeletes háznak melyik az a legalacsonyabb emelete, ahonnan leejtve egy strucctojás eltörik (lehet, hogy már az első emeletről ledobva is eltörik, de lehet, hogy a 36. emeletről való esést is átvészeli; feltesszük, hogy a két tojás egyformán viselkedik, és ha egy emeletről leejtve nem törik el, akkor alacsonyabb emeletről leejtve sem törik el). Bármelyik emeletről ledobhatjuk az egyik tojást. Ha eltörik, akkor persze nem használhatjuk fel újra, de ha épségben landol, akkor újra leejtethetjük egy másik emeletről. Mennyi az a legkisebb dobásszám, hogy legfeljebb annyi dobással minden esetben meg tudjuk kapni a helyes választ?

3. *Az ugrándozó mókusok*

Egy kör alakú tisztás mentén m fa áll, mindegyiken egy-egy mókus. A mókusok össze szeretnének gyűlni egy fán, de csak úgy változtathatják a helyüket, hogy két tetszőleges mókus egyidejűleg átugorhat egy-egy szomszédos fára. Ezt a lépést akárhányszor ismételhetik. Milyen m esetén tudnak összegyűlni a mókusok? Mi a helyzet akkor, ha a szabályt úgy szigorítjuk, hogy a két mókusnak ellentétes körüljárási irányban kell ugornia?

4. *A rozmárok pénze*

Egy kerek asztal körül véges sok rozmár ül, és a következő játékot játsszák. Mindegyikük előtt egy tízforintos fekszik az asztalon. Vezényszóra mindegyik rozmár megnézi a jobb oldali szomszédja előtti tízforintost, és ha fejet lát, akkor megfordítja a saját tízforintosát, ha viszont írást lát, akkor nem csinál semmit. Ezt addig ismételtetik, amíg mindegyik tízforintos írást nem mutat. Mekkora lehet a rozmárok száma, ha a tízforintosok tetszőleges kiinduló helyzete esetén a játék előbb-utóbb véget ér?

5. *Micimackó és Malacka*

Micimackó gondolt 100 pozitív egész számot, ezek a_1, a_2, \dots, a_{100} . Malacka megkérdezheti tőle bármely olyan kifejezés értékét, amelyet ezekből az összeadás és kivonás segítségével képezhetünk, pl. mennyi $a_1 + 7a_2 - 13a_3$. A következő kérdés mindig függhet az előzőre kapott választól. Legkevesebb hány kérdéssel tudja Malacka kitalálni a száz számot? És ha szorozni is lehet, azaz pl. $3a_1^3 a_5^5 + 8a_4 a_2$ is megkérdezhető?

6. *A sapkás majmok*

Az állatkert igazgatója közli a 100 majommal, hogy másnap valahogyan libasorba állítja őket, és mindegyikük fejére egy piros, kék, sárga vagy zöld sapkát tesz. Minden majom látja majd az előtte állók sapkájának a színét, de a sajátját és a mögötte állókét nem. Ezután hátulról előre haladva minden majom egymás után hangosan kimondja a négy szín valamelyikét, amit minden majom hall. Amelyik majom így eltalálja a saját sapkája színét, dupla adag banánt kap. Ha a majmok előre összebeszélhetnek a stratégiáról, hányan kapnak dupla adag banánt?

7. *A fehér hollók*

A számegegyenes minden pozitív egész pontjában ül egy fekete vagy fehér színű holló. Lehetséges-e, hogy nem keletkezik végtelen számtani sorozat csupa fekete hollóból, a fehér hollókból pedig még háromtagú számtani sorozat sem választható ki?

8. *A láthatatlan bolha*

A számegegyenes egy egész pontjában ül egy láthatatlan bolha, és minden percben átugrik egy másik egész számra, az alább megadandó valamelyik szabály szerint. Mi minden percben odaüthetünk egy egész számra, és ha a bolha éppen ott van, akkor megfogjuk. Az a kérdés, hogy mi (vagy a dédunokáink) el tudjuk-e valamikor csípni a bolhát, ha az

- (a) (előbb-utóbb) periodikusan mozog;
- (b) mindig ugyanakkorát ugrik (azonos irányban);
- (c) mindig valamelyik szomszédos számra ugrik, és a pályája korlátos.

9. *A folytonos bolha*

A most is láthatatlan bolha az origóból indul, és minden percben ugyanakkora valós számot ugrik (azonos irányban). Minden percben egységnyi hosszú intervallumra tenyerezhethetünk rá, és ha a bolha abban van, akkor megfogtuk. El tudjuk-e csípni a bolhát? És ha a bolha a számegegyenes helyett a síkon mozog ugyanígy (valamely félegyenes mentén), és minden percben egy egységnégyzetet ellenőrizhetünk?

10. *Egy különös álom*

Álmomban végtelen sok majmot láttam, és pedig minden egyes valós számon ült egy-egy majom, és mindegyik fején volt egy sapka, amelyre egy valós számot írtak. Minden majom mindegyik másik majom sapkáján levő számot látta, csak a sajátját nem. Sípszóra mindegyik majom egyszerre mondott egy valós számot, most is előre összebeszélhettek, milyen stratégiát alkalmazzanak. Azt álmodtam, hogy véges sok majom kivételével minden majom el tudja találni a sapkáján levő valós számot. Ez csak álom volt, vagy a „valóságban” is így van-e?

11. *A zebracsikók legelője*

A zebramamának egy különleges (kissé sovány, de nem üres) legelője van a sík(ság)on. Amikor megszületik a két kis csikója, felosztja ezt a legelőt három egyforma, ráadásul az egész legelővel is egybevágó(!) részre, hogy neki és a csikóknak ugyanolyan, sőt a régivel is minden szempontból megegyező legelője legyen. Hogyan lehetséges ez?